

IL MOTO INTERNO

MOTO INTERNO - INTRODUZIONE

Nel moto interno, la presenza della parete si risente in tutto il fluido: lo strato limite (dinamico e termico) inizia a svilupparsi all'ingresso del condotto fino a raggiungere l'asse dello stesso

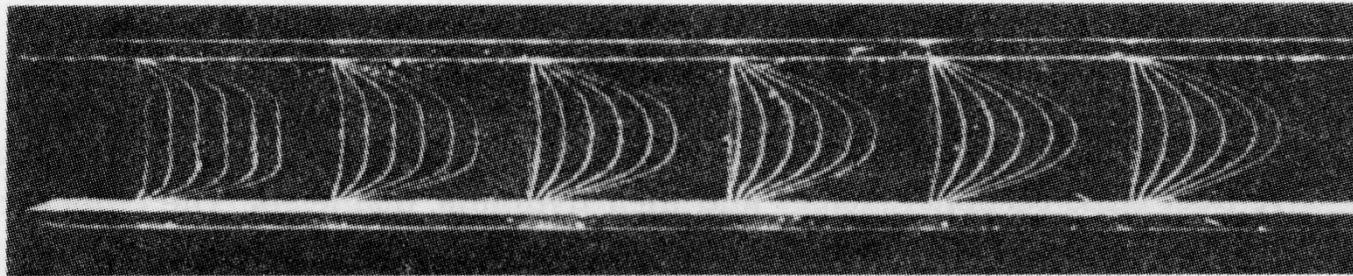
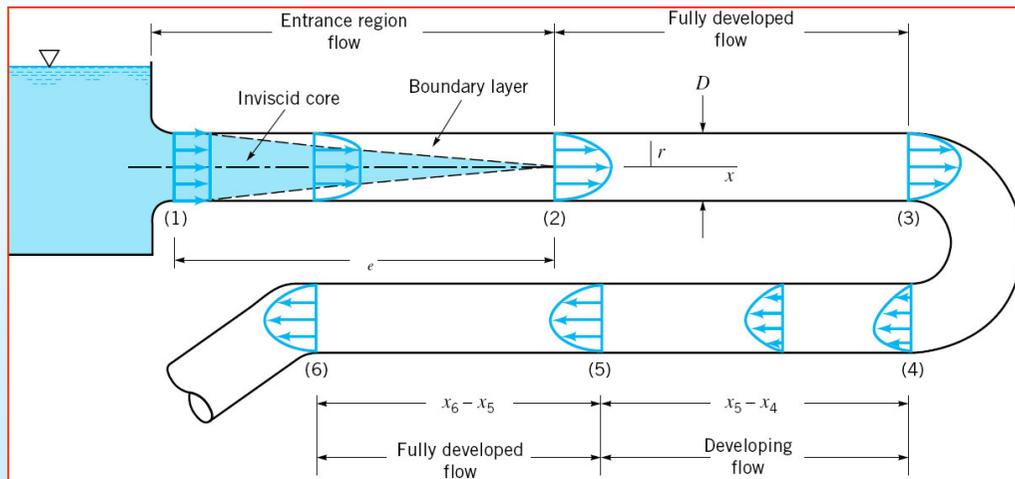


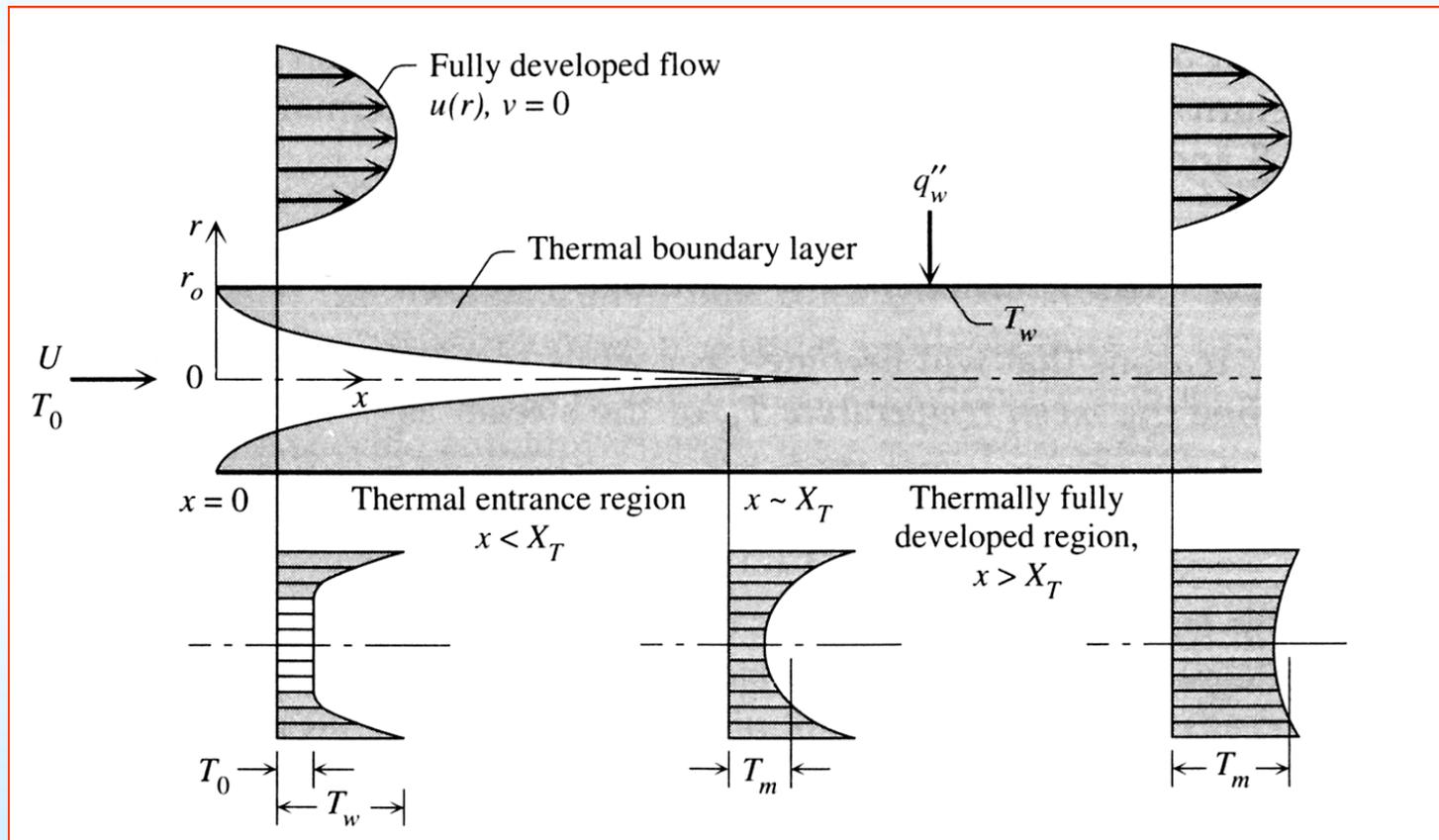
Figure 6.4 Laminar flow in the entrance region of a parallel-plate channel: water, $U = 3.2$ cm/s, $D = 2$ cm. (Nakayama et al. [1], with permission from Pergamon Press.)



Le discontinuità (curve etc.) provocano una perturbazione seguita da un ulteriore sviluppo.

MOTO INTERNO - INTRODUZIONE

Anche lo strato limite termico si sviluppa, a differenza della velocità però la temperatura non può tendere ad un valore costante perchè altrimenti non ci potrebbe più essere apporto di energia nel condotto.



MOTO PIENAMENTE SVILUPPATO

Salvo esplicito avviso, nel seguito si fa riferimento al moto incomprimibile assialsimmetrico in un condotto circolare o anulare, proprietà fisiche costanti.

Il moto si dice *dinamicamente sviluppato* quando

$$v_z = f(r) \quad , \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Dall'equazione di continuità e dalla condizione di no-slip alla parete si ha $\frac{\partial v_r}{\partial r} = 0$, $v_r(R) = 0 \rightarrow v_r = 0$

La *velocità media di portata* è data da $\bar{v} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R v_z(r) 2\pi r dr \rightarrow \dot{m} = \rho \bar{v} A$

Il moto si dice *termicamente sviluppato* quando

$$\frac{T(r, z) - T_w(z)}{T_m(z) - T_w(z)} = f\left(\frac{r}{R}\right) \rightarrow \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}$$

Ovvero quando il profilo di temperatura si mantiene simile a sè stesso. La temperatura media di miscela T_m conserva il flusso di energia (v. cap.3) ed è data da

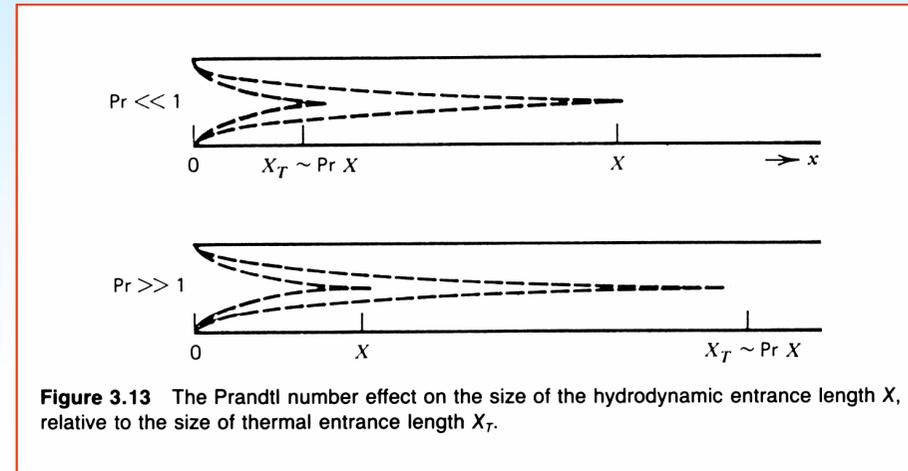
$$T_m(z) = \frac{1}{\pi R^2 \bar{v}} \int_0^R T(r, z) v_z(r) 2\pi r dr$$

LUNGHEZZA DI SVILUPPO

Il rapporto tra le lunghezze di sviluppo termica e dinamica dipende dal numero di Prandtl

$$Pr < 1 \quad \rightarrow \quad \delta_T > \delta \quad \rightarrow \quad L_T < L_D$$

$$Pr > 1 \quad \rightarrow \quad \delta_T < \delta \quad \rightarrow \quad L_T > L_D$$



Nel *moto laminare* si ha approssimativamente

$$\frac{L_D}{D} = 0.05 Re_D$$

Quindi per $Re_D = 2000$, acqua ($Pr = 7$)

$$\frac{L_T}{D} = 0.05 Re_D Pr$$

$$\frac{L_D}{D} = 100 \quad , \quad \frac{L_T}{D} = 700$$

Nel *moto turbolento* si può porre circa

$$\frac{L_D}{D} \cong 4.4 Re^{1/6} \quad \rightarrow \quad Re = 10^4 - 10^5 \quad \frac{L_T}{D} \cong 20 - 30$$

MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: CALCOLO DELLE PERDITE DI CARICO (1)

Moto di Hagen-Poiseuille (1839-40), moto pien. sviluppato $v_z = f(r)$ $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$

Eq. di continuità $\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \rightarrow v_r = 0$

Eq. di N-S su r e z

$$\begin{cases} \cancel{\frac{v_r}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r}} + \cancel{v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\cancel{\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \cancel{\frac{v_r}{r^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}} \right) \\ \cancel{v_r \frac{\partial v_z}{\partial r}} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \cancel{\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}} \right) \end{cases}$$

dalla prima si ha $\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \rightarrow p = g(z)$

dalla seconda $\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$ (scompare la densità, come nel creeping flow)

dato che abbiamo una forma del tipo $g(z) = f(r)$

possiamo porre entrambi i membri uguali ad una costante $g(z) = f(r) = A$

MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: CALCOLO DELLE PERDITE DI CARICO (2)

Quindi $\frac{\partial p}{\partial z} = \text{cost} = -\frac{\Delta p}{L}$

$$\mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \text{cost} = -\frac{\Delta p}{L}$$

integrando la seconda $v_z = -\frac{\Delta p}{\mu L} \frac{r^2}{4} + \frac{C_1}{r} + C_2$

$$v_z = \frac{\Delta p}{4\mu L} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

e quindi $\bar{v} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R v_z 2\pi r dr = \frac{\Delta p R^2}{8\mu L} = \frac{v_{\max}}{2}$

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial v_z}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{\Delta p R}{L} \frac{R}{2} = 4\mu \frac{\bar{v}}{R}$$

$$Q = \bar{v} A = \frac{\pi R^4}{8} \frac{\Delta p}{\mu L}$$

condiz. al contorno:

$$r = R \quad v_z = 0 \quad (\text{no-slip})$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0 \quad (\text{simmetria})$$

$$C_1 = 0, \quad C_2 = \frac{\Delta p}{\mu L} \frac{R^2}{4}$$

(PROFILO PARABOLICO)

vel. media di portata

taglio alla parete

portata in volume

MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: CALCOLO DELLE PERDITE DI CARICO (3)

$$f = \frac{4 \tau_w}{\rho \bar{v}^2} = \frac{64}{Re_D} \quad \text{fattore di Darcy-Weisbach}$$

$$c_f = \frac{\tau_w}{\rho \bar{v}^2} = \frac{16}{Re_D} \quad \text{fattore di Fanning}$$

L'introduzione di Re porta a supporre una falsa dipendenza dalla densità della tensione di taglio alla parete.

Attenzione a non confondere Darcy-Weisbach con Fanning ($f = 4 c_f$)

In altre geometrie (vedi slide MI-14)

$$f = \frac{C}{Re_{D_h}} \quad D_h = \frac{4A}{p_b} \text{ diametro idraulico}$$

MOTO PIENAMENTE SVILUPPATO: BILANCIO INTEGRALE DI QUANTITA' DI MOTO

Dall'equilibrio di un cilindro di raggio r , coassiale con il condotto, supponendo il moto pienamente sviluppato

$$(p_2 - p_1) \pi r^2 = \tau(r) 2 \pi r L$$

Ricavando $\tau(r)$

$$\tau(r) = \frac{\pi r^2}{2 \pi r} \frac{(p_2 - p_1)}{L} = \frac{r}{2} \frac{dp}{dz}$$

Quindi la tensione di taglio nel fluido varia linearmente con r , e questo è indipendente dal profilo di velocità. In particolare, alla parete

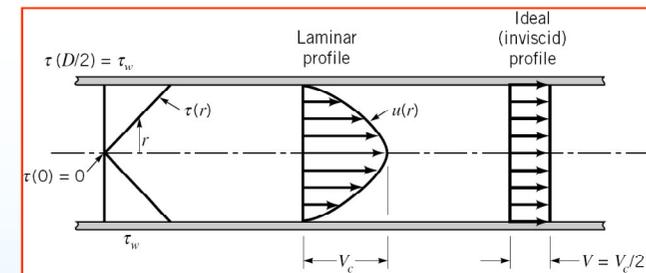
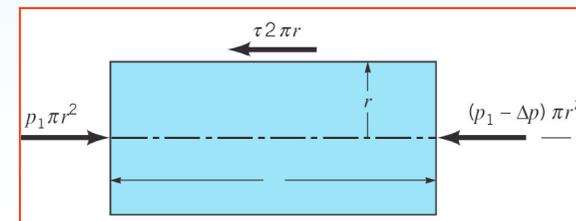
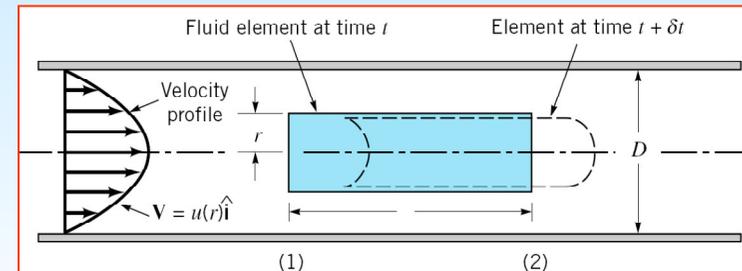
$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{dp}{dz}$$

oppure più in generale (canale prismatico)

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\bar{\tau}_w P_b}{A}$$

Uguagliando a $\tau_w = \mu \frac{dv_z}{dr}$

si ottiene di nuovo, in maniera semplificata, Hagen – Poiseuille (ovvero si trova l'andamento del profilo di velocità)



MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: BILANCIO INTEGRALE DI ENERGIA

Dal bilancio di entalpia scritto per un tratto dz di condotto (v. cap.3)

$$\dot{m} \frac{dh_m}{dz} = q'' p_h$$

h_m = entalpia di miscela
 p_h = perimetro riscaldato

$$dh_m = c_p dT_m + \frac{1-\beta T}{\rho} dp$$

trascuro il contributo della pressione

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{q'' p_h}{\dot{m} c_p}$$

analoga a $\frac{dp}{dz} = \frac{\tau_w p_b}{A}$

l'equazione precedente ci dice anche
l'ordine di grandezza di

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{q'' p_h}{\dot{m} c_p} \sim \left[\frac{q'' D}{\rho c_p U D^2} \right] = \left[\frac{q''}{\rho c_p U D} \right]$$

MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: COEFFICIENTE DI SCAMBIO (1)

Equazione di trasporto della temperatura (bilancio locale di entalpia trascurando il termine dovuto al gradiente di pressione, v. cap.3)

$$\cancel{\frac{\partial T}{\partial r}} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

convezione = conduz. radiale + conduz. assiale

$$\left[U \frac{q''}{\rho c_p U D} \right] \quad \left[\frac{a \Delta T}{D^2} \right] \quad \left[\frac{a}{L \rho c_p U D} q'' \right]$$

divido per $\frac{a \Delta T}{D^2} = \frac{\lambda \Delta T}{\rho c_p D^2}$

$$\left[\frac{q'' D}{\lambda \Delta T} \right] \sim [1] + \left[\frac{q'' D}{L \rho c_p U \Delta T} \right] \rightarrow Nu_D \sim 1 + \left[Nu_D \frac{a}{U D} \frac{D}{L} \right]$$

$$\frac{U D}{a} = \frac{U D}{\nu} \frac{\nu}{a} = Re_D Pr = Pe_D \rightarrow Nu_D \frac{a}{U D} \frac{D}{L} = \frac{Nu_D}{Pe_D} \frac{D}{L}$$

MOTO LAMINARE PIENAMENTE SVILUPPATO: COEFFICIENTE DI SCAMBIO (2)

In definitiva allora

$$Nu_D \sim 1 + \left[\frac{Nu_D D}{Pe_D L} \right]$$

Il secondo termine (che rappresenta la conduzione assiale) è trascurabile a meno che $Pe \ll 1$ (met. liquidi)

Per cui si ha per la conduzione laminare

$$Nu \sim 1$$

In effetti Polhausen ha calcolato, risolvendo

$$v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$Nu_D = \frac{48}{11} = 4.36 \quad q'' = \text{cost}$$

$$Nu_D = 3.66 \quad T_w = \text{cost}$$

SIGNIFICATO DEL NUMERO DI NUSSELT

$$Nu_D = \frac{h_c D}{\lambda} = \frac{q'' D}{\Delta T \lambda} = \frac{q'' D}{(T_w - T_m) \lambda}$$

ma nel moto laminare $q'' = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}$

per cui $Nu_D = \frac{\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}}{(T_w - T_m) / D} = \frac{\text{gradiente alla parete}}{\text{gradiente medio}}$

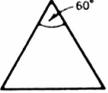
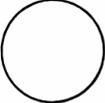
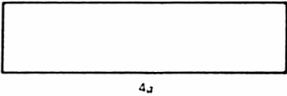
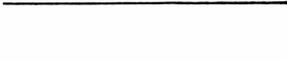
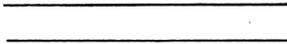
Per il moto esterno si può anche considerare

$$q'' \simeq \lambda \frac{\Delta T}{\delta_T}$$

da cui $Nu_x = \frac{q'' x}{\lambda \Delta T} \simeq \frac{x}{\delta_T} = \frac{\text{distanza dal bordo di attacco}}{\text{spessore strato limite termico (o.d.g.)}}$

CONDOTTI NON CIRCOLARI (1)

Table 3.2 The Effect of Cross-Sectional Shape on f and Nu in Fully Developed Duct Flow

Cross-Section Geometry	$C = c_f Re_{D_h}$	$B = \frac{\pi D_h^2/4}{A_{duct}}$	$Nu = hD_h/k$	
			Uniform q''	Uniform T_0
	13.3	0.605	3	2.35
	14.2	0.785	3.63	2.89
	16	1	4.364	3.66
	18.3	1.26	5.35	4.65
	24	1.57	8.235	7.54
	24	1.57	5.385	4.86
 One side insulated				

Diametro idraulico

$$D_h = \frac{4A}{P_b}$$

Fattore di Fanning

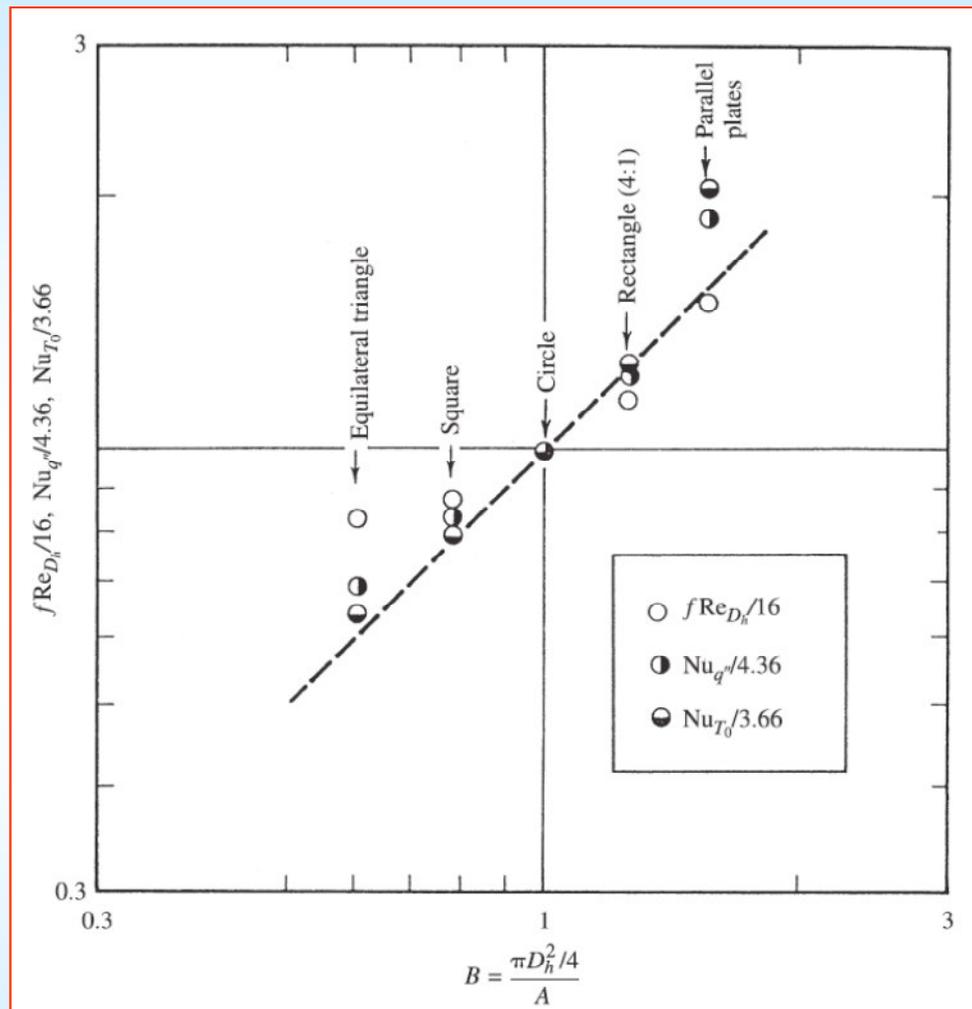
$$c_f = \frac{\tau_w}{\rho \bar{v}^2} = \frac{C}{Re_{D_h}}$$

Attenzione: il fattore di Darcy-Weisbach vale

$$f = \frac{\Delta p}{\rho \bar{v}^2} \frac{L}{D} = 4c_f$$

Per altre sezioni, approssimativamente $C = 16 \exp(0.294 B^2 + 0.068 B - 0.318)$
(v. tabella per definizione di B)

CONDOTTI NON CIRCOLARI (2)



Effetto della forma del condotto su f e Nu

ESEMPIO

Tubo circolare, $q''_w = 0.1 \text{ W/cm}^2$, $\dot{m} = 10 \text{ g/s}$, $R = 10 \text{ mm}$
Acqua, $T = 20^\circ\text{C}$, $\mu = 10^{-3} \text{ Pas}$, $\lambda = 0.6 \text{ W/m K}$, $Pr = 7$

TROVARE: Re_D , L_D , L_T , h_c , $T_w - T_m$

$$Re_D = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu} = 637 \text{ (moto laminare)}$$

$$\frac{L_D}{D} = 0.05 Re_D = 32 \rightarrow L_D = 0.64 \text{ m}$$

$$\frac{L_T}{D} = 0.05 Re_D Pr = 224 \rightarrow L_T = 4.48 \text{ m}$$

$$Nu = 4.36 \rightarrow h_c = \frac{Nu \lambda}{D} = 134 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$T_w - T_m = \frac{q''}{h_c} = 7.6 \text{ K (nel moto sviluppato)}$$

MOTO TURBOLENTO: EQUAZIONI

Condotto circolare, moto stazionario, simmetria assiale, moto sviluppato

$$\cancel{\frac{\partial v_z}{\partial z}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) = 0 \rightarrow v_r = 0$$

$$v_z \cancel{\frac{\partial v_z}{\partial z}} + \cancel{v_r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\nu + \varepsilon_M) \frac{\partial v_z}{\partial r} \right]$$

$$v_z \frac{\partial T}{\partial z} + \cancel{v_r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (a + \varepsilon_H) \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

Quindi rimane

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\nu + \varepsilon_M) \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{app})$$

$$v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (a + \varepsilon_H) \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \frac{1}{\rho c_p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q''_{app})$$

MOTO TURBOLENTO: determinazione di τ_w (1)

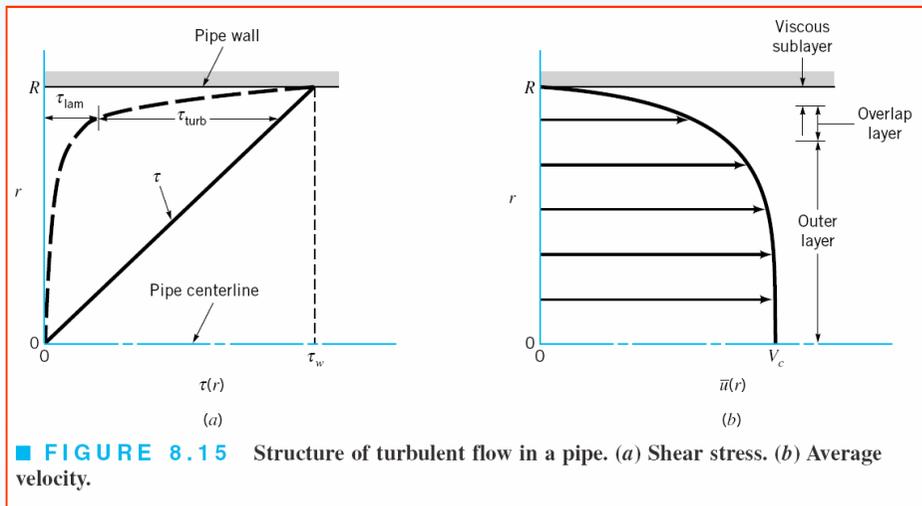
Bilancio locale

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r (\nu + \varepsilon_M) \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{app}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r (\tau_{lam} + \tau_{tur})]$$

Bilancio integrale (v. slide MI-9)

$$\tau(r) = \frac{r}{2} \frac{dp}{dz} \quad \rightarrow \quad \frac{\tau(r)}{\tau_w} = \frac{r}{R}$$

Per cui il taglio ha comunque andamento lineare, con una componente laminare ed una turbolenta.



Una volta trovato il taglio alla parete o ν^* ho anche il coefficiente di Darcy-Weisbach

$$f = \frac{4\tau_w}{\rho \bar{v}^2} \quad \text{oppure da} \quad \nu^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \rightarrow \quad f = 8 \left(\frac{\nu^*}{\bar{v}} \right)^2$$

MOTO TURBOLENTO: determinazione di τ_w (2)

Per determinare τ_w parto da un profilo di velocità (calcoli omissi).

Posso usare il *profilo 1/n* (Blasius)

$$v_z = v_{\max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}, \quad n = 6 - 10$$

E ottengo (per $n = 7$)

$$f = \frac{0.316}{Re_D^{0.25}}, \quad Re_D < 20000$$

NB: se cambio n cambia l' esponente di Re

Oppure usare il profilo universale di velocità (Prandtl)

$$v^+ = \frac{v}{v^*} = 5.5 + 2.50 \ln y^+$$

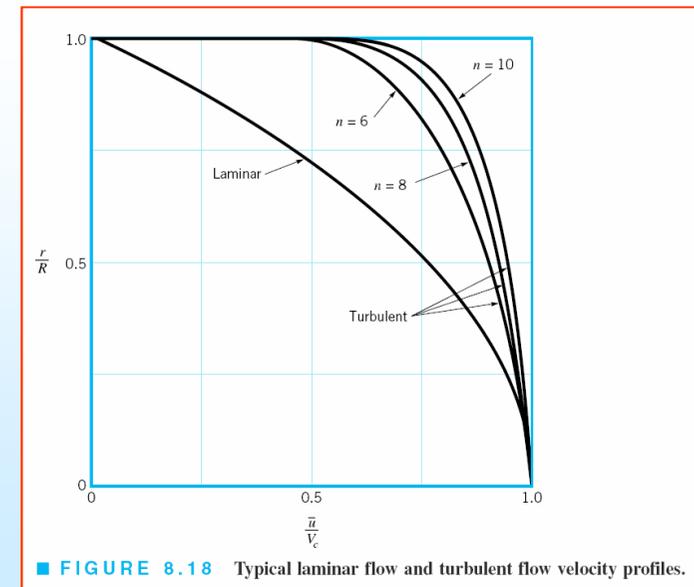
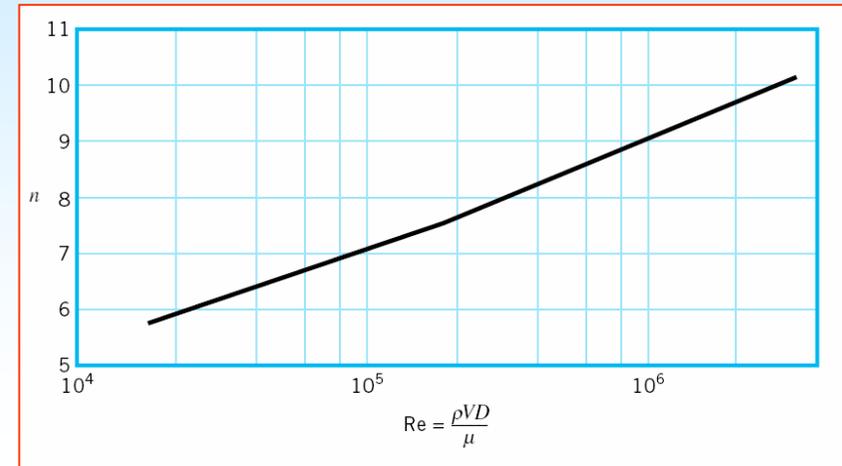
Ottenendo

$$\frac{\bar{v}}{v^*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = 2.5 \ln \left(Re_D \sqrt{f} \right) - 2.58$$

Ovvero

(con qualche
aggiustamento di
costanti)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.869 \ln \left(Re_D \sqrt{f} \right) - 0.8$$



■ FIGURE 8.18 Typical laminar flow and turbulent flow velocity profiles.

MOTO TURBOLENTO: determinazione di τ_w (2)

Quanto detto in precedenza vale per tubi lisci.

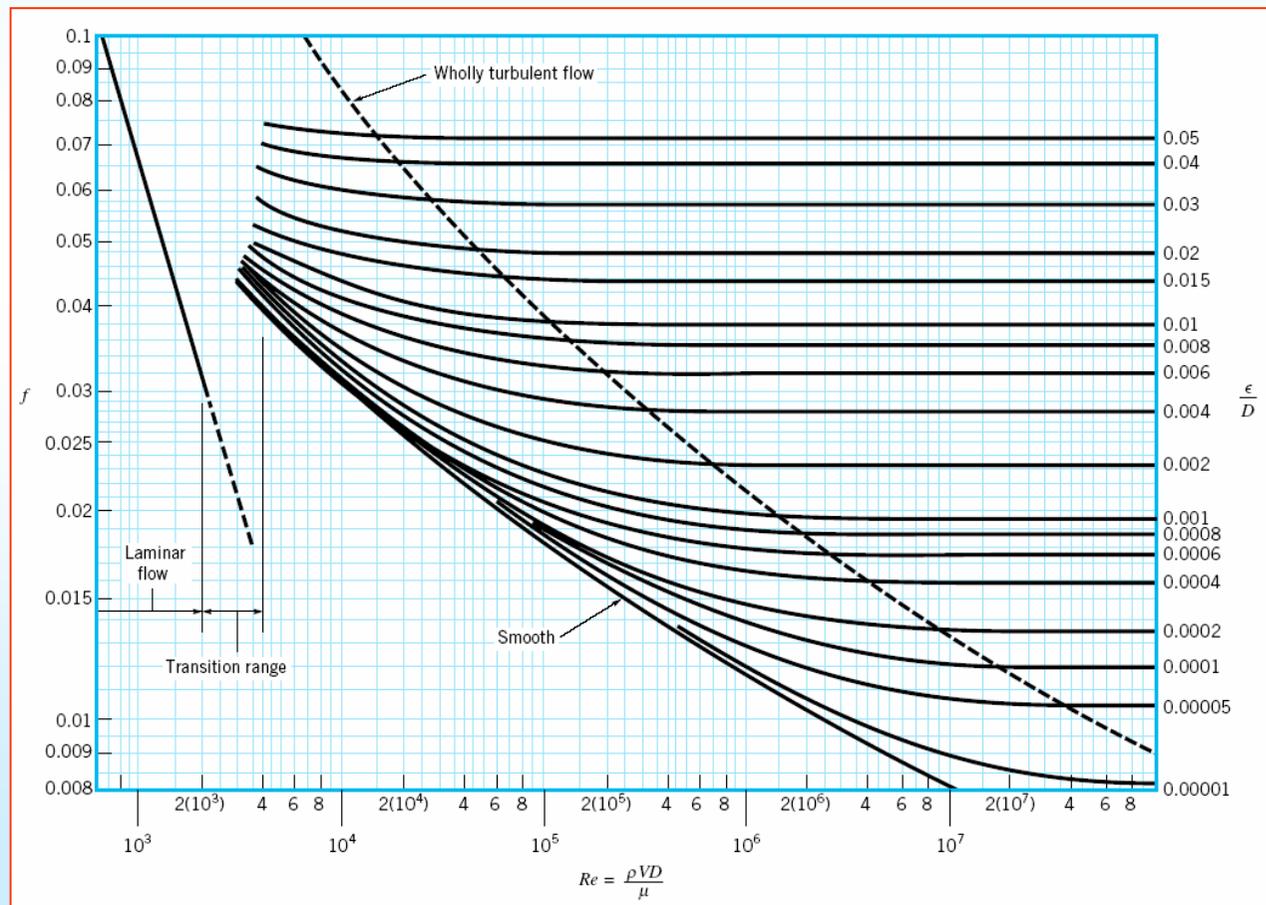
Per tubi scabri Colebrook propone, modificando la relazione di Prandtl:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 0.869 \ln \left(\frac{2\varepsilon}{D} + \frac{18.7}{Re_D \sqrt{f}} \right) \quad (\text{forma implicita})$$

che è la relazione
riportata sul
*diagramma di
Moody.*

Una volta che ho f
posso calcolare Δp
da

$$\Delta p = f \frac{L}{D_h} \rho \frac{\bar{v}^2}{2}$$



MOTO TURBOLENTO: Riepilogo delle correlazioni per f

$$f = \frac{C}{Re}$$

Moto laminare, $C = 50-96$ (tubi circolari $C = 64$)

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

Blasius, tubi lisci, $Re < 2 \times 10^4$

$$f = \frac{0.184}{Re^{0.20}}$$

Tubi lisci, $2 \times 10^4 < Re < 10^6$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0.869 \ln(Re \sqrt{f}) - 0.8$$

tubi lisci, Prandtl-Von Karman-Nikuradse, estrapolabile ad altissimo Re

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.869 \ln\left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}}\right)$$

Colebrook, tutto il range del moto turbolento

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 0.869 \ln\left(\frac{2\varepsilon}{D}\right), \quad Re > \frac{560}{\varepsilon/D}$$

tubi scabri, moto pienamente turbolento

$$f = \left\{ -0.782 \ln \left[\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} \right)^{1.11} \right] \right\}^{-2}$$

Haaland, approssima le cinque precedenti e non è in forma implicita

MOTO TURBOLENTO: Scambio termico

Vista la similitudine delle equazioni, si adotta *l'analogia di Reynolds-Colburn*

$$St_D Pr^{2/3} = \frac{1}{2} c_f = \frac{1}{8} f \quad \rightarrow \quad Nu_D = \frac{f}{8} Re_D Pr^{1/3} \quad (\text{correlazione di Colburn})$$

Quindi se $f = \frac{0.316}{Re_D^{0.25}} \rightarrow Nu_D = 0.039 Re_D^{0.75} Pr^{0.33}$

se $f = \frac{0.184}{Re_D^{0.20}} \rightarrow Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.33}$

In seguito sono state proposte correlazioni più articolate che comunque sono nella forma $Nu = f(Re, Pr)$, che deriva anche dall'analisi dimensionale.

Salvo diverso avviso, le proprietà fisiche si calcolano alla *temperatura del film*:

$$T_f = \frac{T_m + T_w}{2}$$

MOTO TURBOLENTO: Riepilogo delle principali correlazioni di scambio termico

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$$

$$0.7 < Pr < 120 \quad , \quad 2500 < Re < 1.2 \cdot 10^5 \quad L/D > 60 \quad \text{Dittus-Bolter}$$

$$n = 0.4 \text{ riscaldamento} \quad , \quad n = 0.3 \text{ raffreddamento}$$

$$Nu = 0.027 Re^{0.8} Pr^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14}$$

Sieder-Tate

$$0.7 < Pr < 16700 \quad , \quad Re > 10^4$$

$$Nu = \frac{\frac{f}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 12.7 \left(\frac{f}{8} \right) (Pr^{2/3} - 1)}$$

Gnielinski (f dato da Colebrook)

$$0.5 < Pr < 10^6 \quad , \quad 2300 < Re < 5 \cdot 10^6$$

ESEMPIO – Scambio termico in moto turbolento

Tubo circolare, $D = 15 \text{ mm}$, $v = 4 \text{ m/s}$, acqua, $T_m = 40^\circ\text{C}$, $T_w = 80^\circ\text{C}$,

TROVARE: Nu

$$T_f = 60^\circ\text{C} \quad \rightarrow \quad \nu = 0.47 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad Pr = 3.01, \quad \lambda = 0.65 \text{ W/mK}$$

$$Re_D = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = 90900 \text{ (moto turbolento)}$$

$$f = \frac{0.184}{Re_D^{0.20}} = 0.019 \text{ (tubo liscio)}$$

Colburn $Nu_D = \frac{f}{8} Re_D Pr^{0.33} = 346 \quad (h_c = 14500 \text{ W/m}^2\text{K})$

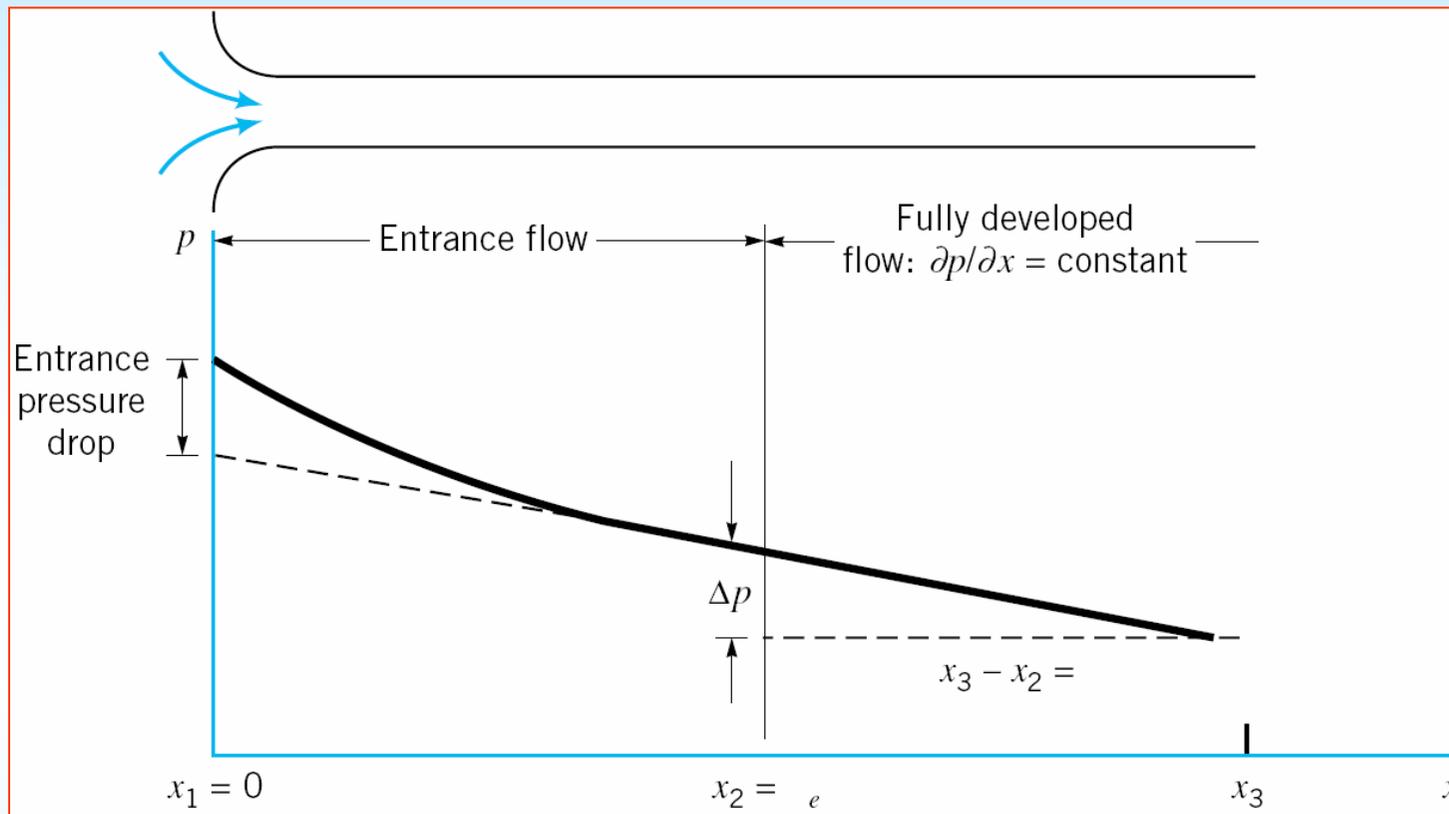
Dittus Bolter (risc) $Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} = 383$

Sieder-Tate $Nu_D = 0.027 Re^{0.8} Pr^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = 446$

Gnielinski, $f = 0.019$ $Nu_D = \frac{\frac{f}{8} (Re - 1000) Pr}{1 + 12.7 \left(\frac{f}{8} \right) (Pr^{2/3} - 1)} = 460 \quad (h_c = 19300 \text{ W/m}^2\text{K})$

Gnielinski, tubo scabro, $f = 0.03$ $Nu_D = 644 \quad (h_c = 27000 \text{ W/m}^2\text{K})$

EFFETTI DI IMBOCCO – PERDITE DI CARICO



All'imbocco lo strato limite è più sottile, per cui la tensione di taglio e la caduta di pressione sono maggiori. E' presente anche una *perdita per accelerazione* (dovuta al cambio di profilo del fluido con conseguente variazione di quantità di moto, v. cap.3)

EFFETTI DI IMBOCCO – SCAMBIO TERMICO

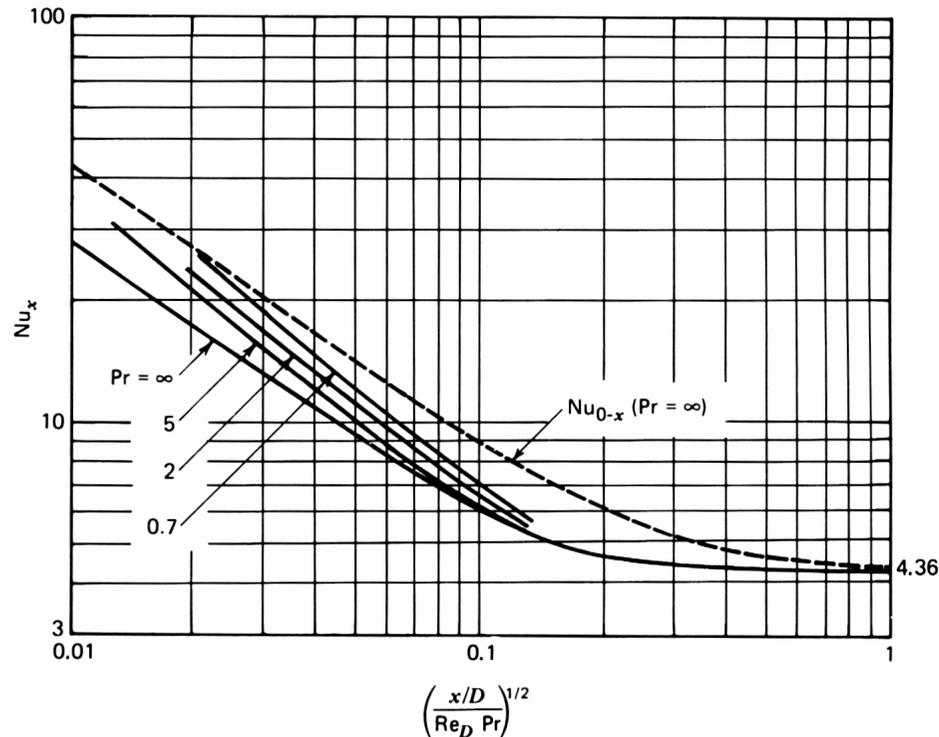


Figure 3.15 Heat transfer in the entrance region of a round tube with uniform heat flux (drawn based on data from Refs. 9 and 23).

Nella zona di imbocco Nu_x è una funzione del numero di Prandtl e del *numero di Graetz*:

$$Gz = \frac{Re_D Pr}{x/D}$$

Quindi Nu aumenta all'imbocco. La zona di imbocco può essere una frazione significativa del condotto, trascurarla porta a *sottostimare lo scambio termico*.

Correlazione di Al-Arabi
Per l'effetto di imbocco, in
moto turbolento

$$\frac{Nu}{Nu_\infty} = 1 + \frac{\left(\frac{z}{D}\right)^{0.1} \left(0.68 + \frac{3000}{Re_D^{0.81}}\right)}{Pr^{1/6} z/D}$$

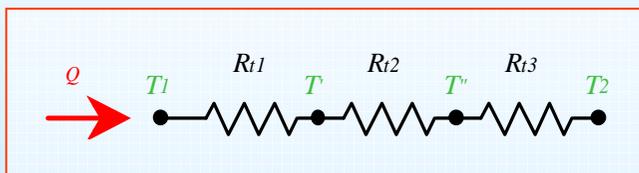
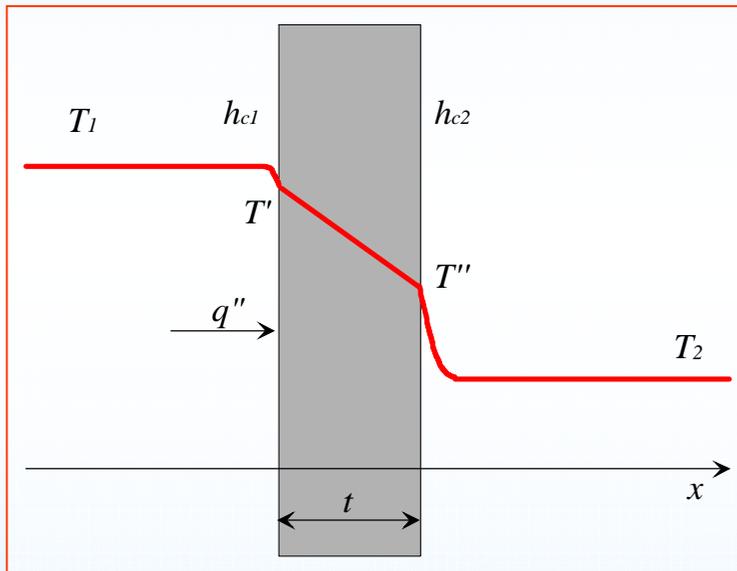
COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO – RESISTENZA TERMICA

Scambio termico attraverso una parete, stazionario, no irraggiamento

$$\dot{Q} = h_{c1} A (T_1 - T') = \frac{\lambda A}{t} (T' - T'') = h_{c2} A (T'' - T_2)$$

$$\dot{Q} = u A (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_T}$$

$$R_T = \frac{1}{uA} = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{h_{c1}} + \frac{t}{\lambda} + \frac{1}{h_{c2}} \right)$$



Le resistenze termiche in serie *si sommano*.
Per aumentare la potenza termica Q con ΔT costante, si devono aumentare u o A .

L' aumento di A può non essere possibile in componenti miniaturizzati.

Per determinare u , è inutile essere molto accurati nel calcolare le basse resistenze termiche.

Per aumentare u , bisogna cominciare dalla resistenza termica più alta (ovvero, il più basso h_c).

ESEMPIO: TUBO IN CROSSFLOW

Diametro interno $D_i = 20$ mm, spessore $t = 2$ mm, lunghezza $L = 2$ m, materiale acciaio inox $\lambda = 16$ W/m K

Interno: acqua, 80 °C, $v_i = 4$ m/s, Esterno: aria, 20 °C, $v_e = 15$ m/s

Trovare: R_T , W_T , T' , T''

Per il tubo $t \ll D$ per cui si può considerare parete piana

In questo caso $D_e \neq D_i \rightarrow A_e \neq A_i$ per cui bisogna modificare la definizione di R_T

$$R_T = R_{Ti} + R_{Tp} + R_{Te} = \left(\frac{1}{A_i h_{ci}} + \frac{t}{A_m \lambda} + \frac{1}{A_e h_{ce}} \right)$$

Dove $A_m = (A_i + A_e)/2$

$$R_{Tp} = \frac{t}{A_m \lambda} = \frac{0.002}{\pi \cdot 0.021 \cdot 2 \cdot 16} = 0.001 \text{ K/W}$$

Per l'esterno $Re = 23700$, $Pr = 0.7$, $Nu = 96$, $h_c = 105.3$ W/m² K (v. in fondo)

Per l'interno $Re = 205000$, $Pr = 2.4$, $Nu = 536$, $h_c = 17900$ W/m² K (Gnielinski)

ESEMPIO: TUBO IN CROSSFLOW - 2

Quindi si ha

$$R_{Ti} = \frac{1}{A_i h_c} = \frac{1}{\pi \cdot 0.020 \cdot 2 \cdot 17900} = 0.00044 \text{ K/W}$$

$$R_{Te} = \frac{1}{A_i h_{ce}} = \frac{1}{\pi \cdot 0.020 \cdot 2 \cdot 159} = 0.051 \text{ K/W}$$

Da cui $R_T = 0.051 + 0.001 + 0.0044 = 0.0564 \text{ K/W}$, in maggior parte dovuta a R_{te}

Per migliorare lo scambio termico bisogna agire su R_{te}

Si ha poi $W_T = (T_i - T_e)/R_T = 1166 \text{ W}$

E per quanto riguarda le temperature di parete:

$$T' = T_i - W_T R_{Ti} = 79.5 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (interno tubo)}$$

$$T'' = T_e + W_T R_{Te} = 78.9 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (esterno tubo)}$$

Ovvero il ΔT si concentra sulla resistenza termica maggiore.

Si definisce anche *coefficiente globale di scambio* o *conduttanza di parete*

$$u = \frac{1}{A_m R_T} = \frac{1}{\pi \cdot 0.021 \cdot 2 \cdot 0.051} = 120 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad \text{Riferito qui all'area media del tubo}$$

ESEMPIO: TUBO IN CROSSFLOW - 3

Correlazioni di scambio termico per cilindro in crossflow (da Mills)

$$C_D = 1 + \frac{10}{Re_D^{2/3}}; \quad 1 < Re_D < 10^4 \quad (4.69)$$

$$Nu_D = 1.15 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}; \quad Pr > 0.5 \quad (4.70)$$

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}; \quad Re_D < 10^4, \quad Pr > 0.5 \quad (4.71a)$$

$$= 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000} \right)^{1/2} \right] \quad (4.71b)$$

$$2 \times 10^4 < Re_D < 4 \times 10^5$$

$$= 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (4.71c)$$

$$4 \times 10^5 < Re_D < 5 \times 10^6$$

$$\overline{Nu}_D = \frac{1}{0.8237 - \ln(Re_D Pr)^{1/2}}; \quad Re_D Pr < 0.2 \quad (4.72)$$